1. **B** $P(a \le X \le b)$

$F(b) - F(a) + P(X=b)$

$P(a \le X < b)$

$F(b) - F(a)$

$P(a < X < b)$

$F(b) - F(a) + P(X=a)$

2. **B**

$H_0: \sigma_1 = \sigma_2$, $H_1: \sigma_1 < \sigma_2$

3. **B** $N(\overset{E(X)}{1000}, \overset{D(X)}{50})$

$U = \frac{X - 1000}{50}$

$50U = X - 1000$

$50U + 1000 = X$

$P(975 < \bar{X} < 1025)$

$P(975 < 50U + 1000 < 1025)$

$P(-25 < 50U < 25)$

$P(-0{,}5 < U < 0{,}5) = F(0{,}5) - F(-0{,}5) =$

$= F(0{,}5) - [1 - F(0{,}5)] =$

$= 0{,}69 - 1 + 0{,}69 = 0{,}38$

38

4. **D**

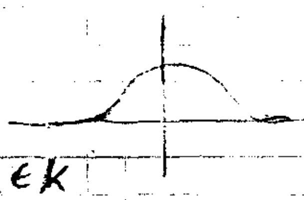
ma najmniejszą wariancję ~~spośród~~ ze wszystkich nieobciążonych estymatorów parametru α

5. **A** $X: \Omega \to R$ jest zmienną losową

zbiór $\{\omega \in \Omega : X(\omega) < x\}$ zdarzeniem losowym $x \in R$

6. **B** Jeśli poziom istotności zmniejszy się to obszar krytyczny zmniejszy się

7. **C** $(-\infty, u_{1-\alpha})$



$u \in K$

to odrzucamy H_0

C – prawie na pewno prawdziwa jest hipoteza alternatywna

8. **B**

$C(x) = \frac{1}{\pi} \operatorname{arcctg}(-x)$

9. **D** Poissona

10. $m_1 = 20$ $m_2 = 30$

$\bar{x}_1 = 3200$ 3700

$\delta = 780$ $\delta = 780$

MEK H_0 $m_1 = m_2$

H_1 $m_1 < m_2$

3200 3200

$U = \frac{\ldots}{\ldots}$

$3049n + \ldots 30$

$U = -2{,}22$

D 0,02 lub mniejszy $1-\alpha = 0{,}98$

$-\alpha = -0{,}02$

$\alpha = 0{,}02$

11 A $f(x,y) = 2x$

$$f(x) = \int_1^2 2x\,dy = 2xy\Big|_1^2 = 4x - 2x = 2x$$

$$f(y) = \int_0^1 2x\,dx = \cancel{2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}x^2\Big|_0^1 = 1$$

$2x = 2x \cdot 1$

$2x = 2x$

<u>są niezależne</u>

12. A B $\Omega = \{(2,1)(4,1)(2,2)(4,2)(2,3)(4,3)(2,4)(4,4)(2,5)(4,5)(2,6)(4,6)\}$

2		1
4		1
2		2
4		2
2		3
4		3
2		4
4		4
2		5
4		5
2		6
4		6

$A = \{(4,2)(4,3)(2,4)(4,4)(2,5)(4,5)(2,6)(4,6)\}$

$A' = (2,1)(4,1)(2,2)(2,3)$

$B = \{(4,1)(2,2)(4,2)(4,3)(2,4)(4,4)(4,5)(2,5)(4,5)\}$

$B' = (2,1)\ldots(2,5)$

$B - \ldots(2,1)(4,4)(4,5)(2,6)(4,6)$

$B' = (2,1)\ldots$

16. **A** $EZ = 8$ $D^2Z = 30$ $EX = 2$ $D^2X = 3$

$EY = -1$ $D^2Y = 2$

$Z = 2X - 3Y + 1$

$Z = 2 \cdot 2 - 3 \cdot (-1) + 1$

$Z = 4 + 3 + 1 = 8$

17. **D**

18. **D**

19. **D**

20.

21. **C**

22. **B**

23 **D**

$P(A \cap B)' = P(A') \cup P(B')$

		A		B	
– – +	2		1	–
+	4		1	•
+	2		2	•
o o	4	o	2	•
– – +	2		3	–
o	[illegible]	o	[illegible]	•
o	2	o	[illegible]	•
o	[illegible]	o	[illegible]	•
o	2	o	5	–
o	4	o	5	•
o	2	o	[illegible]	•
o	4	o	5	•

13. **B** cechy są zależne

14. **C** gdy rozłączne zdarzenia B_1 i B_2 dają w sumie zdarzenie pewne

15. **A**

24. **B** = 0,05

X \ Y	1	2	3	$p_{i\cdot}$
0	0,3	0,2	0,1	0,6
1	0,2	0,1	0,1	0,4
$p_{\cdot j}$	0,5	0,3	0,2	1

$$r = \frac{E(XY) - E(X)E(Y)}{\sqrt{D^2(X) \cdot D^2(Y)}}$$

y_i	1	2	3
p_i	0,5	0,3	0,2

x_i	0	1
p_i	0,6	0,4

$E(Y) = 0,5 + 0,6 + 0,6 = 1,7$ $\qquad$ $E(X) = 0,4$

$E(Y^2) = 0,5 + 1,2 + 1,8 = 3,5$ $\qquad$ $E(X^2) = 0,4$

$[E(Y)]^2 = 2,8$ $\qquad$ $[E(X)]^2 = 0,16$

$D^2(Y) = 3,5 - 2,8 = 0,7$ $\qquad$ $D^2(X) = 0,4 - 0,16 = 0,24$

$$E(X \cdot Y) = 0 + 0,2 + 0 + 0,2 + 0 + 0 \ldots = 0,7$$

$$= \frac{0,7 - 0,68}{0,168} \quad \frac{0,0}{\ldots} = 0,\!\ldots 48$$

$\boxed{0,05}$

27 **B**

$$P(A_4 - A_2 \mid A_3) = \frac{P((A_4 - A_2) \cap A_3)}{P(A_3)} = \frac{P(A_4 \cap A_3 - A_2 \cap A_3)}{P(A_3)} =$$

$$= \frac{r_3^2 - r_2^2}{r_3}$$

25. **B**

26 **A**

28 **C**

29 **D**

30 **A**

Test pisemny C

1. Dla dowolnej zmiennej losowej X z dystrybuantą F prawdopodobieństwo $P(a \le X \le b)$, gdzie $a, b \in \mathbb{R}$ jest równe:
   - A. $F(a) - F(b)$;
   - B. $F(b) - F(a) + P(X = b)$;
   - C. $F(b) - F(a)$;
   - D. $F(b) - F(a) + P(X = b) - P(X = a)$.
2. Należy zweryfikować hipotezę, że dokładność pomiarów pewnej wielkości w dwóch populacjach jest większa dla próbki z populacji pierwszej. Hipotezy zerowa i alternatywna są sformułowane:
   - A. $H_0: \sigma_1 > \sigma_2, H_1: \sigma_1 = \sigma_2$;
   - B. $H_0: \sigma_1 = \sigma_2, H_1: \sigma_1 < \sigma_2$;
   - C. $H_0: \sigma_1 < \sigma_2, H_1: \sigma_1 = \sigma_2$;
   - D. $H_0: \sigma_1 = \sigma_2, H_1: \sigma_1 > \sigma_2$.
3. Wytrzymałość stalowych lin (w $\frac{kg}{cm^2}$) pochodzących z produkcji masowej jest zmienną losową o rozkładzie $N(1000, 50)$. Jaki procent lin charakteryzuje się wytrzymałością różniącą się od średniej o nie więcej niż 25 $\frac{kg}{cm^2}$?
   - A. 69,15%;
   - B. 38,3%;
   - C. 61,7%;
   - D. 30,85%.

   $u = \frac{x - 1000}{50}$ $925 < X < 10$ < 25

4. Statystyka T_n jest estymatorem najefektywniejszym parametru θ, jeśli:
   - A. ma najmniejsze obciążenie ze wszystkich zgodnych estymatorów parametru θ;
   - B. ma największą wariancję ze wszystkich obciążonych estymatorów parametru θ;
   - C. ma najmniejsze obciążenie ze wszystkich estymatorów parametru θ;
   - D. ma największą wariancję ze wszystkich nieobciążonych estymatorów parametru θ.
5. Niech $(\Omega, \mathcal{Z}, P)$ będzie dowolną przestrzenią probabilistyczną. Funkcja $X: \Omega \to \mathbb{R}$ jest zmienną losową, gdy:
   - A. zbiór $\{\omega \in \Omega : X(\omega) < x\}$ jest zdarzeniem losowym dla $x \in \mathbb{R}$;
   - B. jest ciągła;
   - C. zbiór $\{\omega \in \Omega : 0 \le X(\omega) \le 1\}$ jest zdarzeniem losowym;
   - D. zawsze;
6. Jeśli zmniejszymy poziom istotności, to obszar krytyczny się:

21 |3 |2

$\mu \notin k$ 121

A. nie zmieni; C. zwiększy;

B. zmniejszy; D. nie można określić.

7. Obszar krytyczny jest podzbiorem prostej, który zawiera wartości statystyki testowej, gdy:

A. prawie na pewno prawdziwa jest hipoteza zerowa;
B. obie hipotezy są prawdziwe;
C. prawie na pewno prawdziwa jest hipoteza alternatywna;
D. obie hipotezy są fałszywe.

8. Dane są funkcje określone wzorami: $c(x) = \frac{1}{\pi} arcctg(-x)$,

$$s(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad x < 0 \\ 0{,}5 & \text{dla} \quad x = 0 \\ 1 & \text{dla} \quad x > 0 \end{cases}, \quad l(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad x < 0{,}5 \\ \log_2 x & \text{dla} \quad 0{,}5 \le x \le 2 \\ 1 & \text{dla} \quad x > 2 \end{cases}.$$

Dystrybuantą zmiennej losowej:

A. są wszystkie funkcje; C. są funkcje s i l;

B. jest funkcja c; D. nie jest żadna z funkcji.

9. Jeśli interpretacją wartości zmiennej losowej jest ilość wybrakowanych towarów w kontroli jakości dużej partii produkcji renomowanej firmy, to zmienna ma rozkład:

A. dwumianowy; C. wykładniczy; D albo B

B. normalny; D. Poissona.

10. Pobrano niezależnie dwie próby losowe noworodków obojga urodzonych w pewnym mieście w ciągu miesiąca ($n_1 = 20$ dziewczynek i $n_2 = 30$ chłopców), obserwując wagę urodzeniową w g. Stwierdzono m.in., że średnie arytmetyczne kształtują się na poziomach 3200 g (dziewczynki) i 3700 g (Rawicz), przy identycznych odchyleniach standardowych (780 g). Na jakim poziomie istotności można uznać różnice poziomów średnich arytmetycznych za statystycznie nieistotne:

A. 0,1 lub mniejszy; C. 0.05 lub mniejszy;

B. 0,2 lub mniejszy; D. 0.02 lub mniejszy.

11. Wektor losowy (X, Y) jest typu ciągłego o gęstości danej wzorem:

$$f(x,y) = \begin{cases} 2x & \text{dla} \quad x \in (0,1) \wedge y \in (1,2) \\ 0 & \text{dla} \quad x \notin (0,1) \vee y \notin (1,2) \end{cases}.$$ Zmienne X i Y są:

A. niezależne; C. zależne, lecz nieskorelowane;

B. skorelowane; D. niezależne i skorelowane.

12. Doświadczenie polega na rzucie kostką i krążkiem, na którego jednej stronie są dwa, a drugiej cztery oczka. Dane są zdarzenia: A – suma wyrzuconych oczek jest równa co najmniej 6, B – iloczyn wyrzuconych oczek jest liczbą podzielną przez cztery. Prawdziwe jest zdanie:
   - A. zdarzeniu $A' \cap B'$ sprzyja jedno zdarzenie elementarne;
   - B. zdarzenie $(A \cap B)' \cup A$ jest zdarzeniem pewnym;
   - C. zdarzenia A i B są niezależne;
   - D. zdarzenie $(A \cap B)'$ pociąga za sobą zdarzenie A'.

13. Jeśli współczynnik korelacji liniowej cech X i Y z próbki $r \neq 0$, to można przypuszczać, że:
   - A. cechy są niezależne;
   - B. cechy są zależne;
   - C. cechy są nieskorelowane;
   - D. regresja jest liniowa.

14. Wzór $P(A) = P(A/B_1)P(B_1) + P(A/B_2)P(B_2)$ zachodzi
   - A. gdy zdarzenia B_1 i B_2 wykluczają się;
   - B. dla dowolnych zdarzeń;
   - C. gdy rozłączne zdarzenia B_1 i B_2 dają w sumie zdarzenie pewne;
   - D. dla zdarzeń spełniających warunek $B_1 \cup B_2 = \Omega$.

15. Przy weryfikacji hipotez statystycznych można popełnić błąd I-go rodzaju. Polega on na tym, że:
   - A. odrzucamy hipotezę H_0, gdy jest ona prawdziwa;
   - B. odrzucamy hipotezę H_0, gdy jest ona fałszywa;
   - C. przyjmujemy hipotezę H_0, gdy jest ona fałszywa;
   - D. przyjmujemy hipotezę H_0, gdy jest ona prawdziwa.

16. Wartość oczekiwana i wariancja niezależnych zmiennych losowych X i Y wynoszą: $EX = 2$, $D^2X = 3$ oraz $EY = -1$, $D^2Y = 2$. Dla zmiennej losowej $Z = 2X - 3Y + 1$ parametry te wynoszą:
   - A. $EZ = 8$ i $D^2Z = 30$;
   - B. $EZ = 7$ i $D^2Z = 30$;
   - C. $EZ = 1$ i $D^2Z = 12$;
   - D. $EZ = 7$ i $D^2Z = 0$.

17. Dokonujemy serii pomiarów przyrządem mierzącym bez błędu systematycznego, z podaną przez producenta dokładnością pomiarów. Średnią wielkość pomiaru możemy szacować przedziałem ufności przy założeniach:
   - A. rozkład wielkości pomiaru jest normalny, lecz parametry rozkładu nie są znane, musimy ustalić wielkość próby;
   - B. nie znamy rozkładu, więc próba musi być duża;
   - C. rozkład wielkości pomiaru jest normalny, lecz parametry rozkładu nie są znane, wielkość próby nie ma znaczenia;
   - D. rozkład wielkości pomiaru jest normalny i znamy odchylenie standardowe, wielkość próby nie ma znaczenia.

18. Jeśli dla pewnego $a \in \mathbb{R}$ i zmiennej losowej X zachodzi $P(X = a) > 0$, to
   - A. dystrybuanta tej zmiennej losowej jest w punkcie a tylko lewostronnie ciągła;
   - B. dystrybuanta tej zmiennej losowej jest ciągła w punkcie a;
   - C. zmienna losowa X musi być typu skokowego;
   - D. zmienna losowa X musi być typu ciągłego.

19. Pewne urządzenie musi być zasilane jednocześnie z baterii i z sieci. Oba źródła zasilania pracują niezależnie. Prawdopodobieństwo awarii baterii jest równe 0,03, a awarii sieci 0,07. Jakie jest prawdopodobieństwo przestoju urządzenia z powodu braku zasilania?
   - A. $0{,}03 \cdot 0{,}07$;
   - B. $0{,}03 + 0{,}07$;
   - C. $0{,}97 \cdot 0{,}07 + 0{,}03 \cdot 0{,}93$;
   - D. $0{,}03 \cdot 0{,}07 + 0{,}97 \cdot 0{,}07 + 0{,}03 \cdot 0{,}93$.

20. Jeśli zmniejszymy poziom ufności, to przedział ufności się:
   - A. zwiększy;
   - B. nie zmieni się;
   - C. zmniejszy;
   - D. nie można określić.

21. W pewnym doświadczeniu fizycznym bada się zależność między kątem obrotu wektora namagnesowania pewnej próbki (cecha X), a wielkością ziaren (cecha Y). Na podstawie próbki oszacowano współczynnik korelacji $r = -0{,}93$ oraz odchylenia standardowe $s_X = 14{,}14$ i $s_Y = 1{,}07$. Wynika stąd, że:
   - A. przyrost wielkości ziaren o jednostkę, powoduje zwiększenie kąta obrotu o 0,07 jednostki;
   - B. zwiększenie kąta obrotu o jednostkę, powoduje zwiększenie wielkości ziaren o 0,07 jednostki;
   - C. zwiększenie kąta obrotu o jednostkę, powoduje zmniejszenie wielkości ziaren o 0,07 jednostki;
   - D. przyrost wielkości ziaren o jednostkę, powoduje zmniejszenie kąta obrotu o 0,07 jednostki.

$a = r\frac{s(y)}{s(x)}$

$X \to Y$

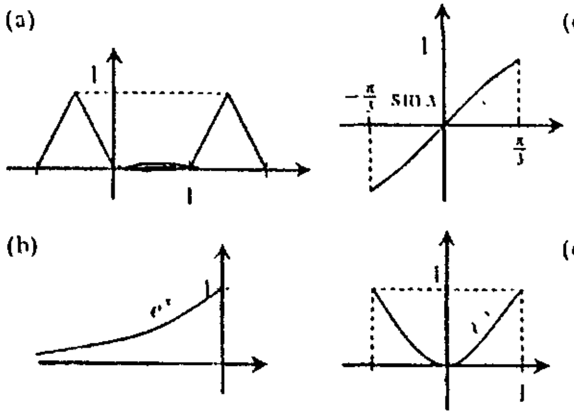
22. W celu oszacowania wartości oczekiwanej dla szeregu rozdzielczego przedziałowego o nieograniczonych klasach skrajnych, najlepiej obliczyć:
    A. średnią arytmetyczną ważoną;
    B. medianę;
    C. dominantę;
    D. średnią arytmetyczną ważoną z pominięciem klas skrajnych.

23. Geometryczna definicja prawdopodobieństwa jest poprawna, gdy;
    A. przestrzeń Ω zdarzeń elementarnych jest zbiorem nieprzeliczalnym, ograniczonym i borelowskim;
    B. przestrzeń Ω zdarzeń elementarnych jest dowolna i prawdopodobieństwa zajścia zdarzeń elementarnych są jednakowe;
    C. przestrzeń Ω zdarzeń elementarnych jest zbiorem nieprzeliczalnym i borelowskim;
    D. przestrzeń Ω zdarzeń elementarnych jest nieskończonym zbiorem przeliczalnym i suma prawdopodobieństw zajścia zdarzeń elementarnych wynosi 1.

24. Dany jest rozkład wektora losowego typu skokowego. Współczynnik korelacji zmiennych X i Y wynosi:
    A. nie można wyznaczyć; C. $\rho = -0,05$;
    B. $\rho = 0,05$; D. $\rho = 0$.

	Y		
X	1	2	3
0	0,3	0,2	0,1
1	0,2	0,1	0,1

25. Na rysunku zostały przedstawione wykresy funkcji.



Gęstością rozkładu zmiennej losowej:
    A. są wszystkie funkcje; C. są funkcje (a), (b) i (d);
    B. są funkcje (a) i (b); D. nie jest żadna funkcja.

26. Fundusz socjalny Politechniki Szczecińskiej wypłaca pracownikom dofinansowanie za wczasy ustalając cztery progi, w zależności od średniego dochodu netto na osobę w rodzinie. Wielkość wypłacanego zasiłku jest cechą:
    A. skokową; C. ciągłą;
    B. opisową; D. inną.

27. Rysunek składa się z czterech koncentrycznych kół o promieniach $r_1 < r_2 < r_3 < r_4$. Niech A_i oznacza zdarzenie polegające na losowym wyborze punktu z koła o promieniu r_i, $i \in \{1,2,3,4\}$. Prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia $(A_4 - A_2)/A_1$ wynosi:
    A. $\frac{r_4^2 \cdot r_2^2}{r_1^2}$; C. $\frac{r_4^2 - r_2^2}{r_1^2}$;
    B. $\frac{r_4^2 + r_2^2}{r_1}$; D. $\frac{r_4 - r_2^2}{r_1 \cdot r_2^2}$

28. Opis statystyczny jest badaniem wystarczającym, gdy:
    A. badanie populacji było częściowe;
    B. badanie populacji było oparte na losowaniu indywidualnym, nieograniczonym i niezależnym;
    C. badanie populacji było kompletne;
    D. populacja próbna stanowiła dobrą reprezentację populacji generalnej.

29. Zdarzenie losowe jest:
    A. pojęciem pierwotnym aksjomatyki rachunku prawdopodobieństwa;
    B. każdą możliwą wartością zmiennej losowej;
    C. każdym możliwym wynikiem doświadczenia losowego;
    D. elementem σ-ciała zdarzeń.

30. Statystyka $\hat{S}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$ jest:
    A. zgodnym i nieobciążonym estymatorem wariancji;
    B. zgodnym, nieobciążonym, najefektywniejszym estymatorem wariancji;
    C. zgodnym i asymptotycznie nieobciążonym estymatorem wariancji;
    D. zgodnym estymatorem wariancji.